Prof. Dr. Alfred Toth

# Identität, Gleichheit und Ungleichheit

1. Identität wird von Menne (1991, S. 99) im Anschluß an Leibniz durch

$a \equiv a =df \forall F. F(a) \leftrightarrow F(b)$

definiert, d.h. zwei Objekte sind identisch gdw. sie in allen ihren Merkmalen übereinstimmen. Man beachte, daß diese Definition kaum auf Zeichen anwendbar ist. (Die Logik spricht üblicherweise ungenau von Ding und Name, wo wir von Objekt und Zeichen sprechen.) Denn würde a ein Zeichen sein, wäre die Identität a ≡ a trivial, da die Zeichen die gleiche Gestalt haben. Das liegt allerdings daran, daß der logische Zeichenbegriff rein syntaktisch ist, d.h. sich auf den semiotischen Mittelbezug beschränkt. Versteht man das Zeichen aber im Anschluß an Peirce und Bense als triadische Relation der Form Z = (M, O, I), so müßte man die Identität von Zeichen definieren als Übereinstimmung im Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug, d.h. in der Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion von Zeichen. Tut man dies, so kommt man sowohl für die ontische als auch semiotische Identität zum Schluß, daß der Ausdruck a ≡ a nur Selbstidentität bedeuten kann. Damit hätten wir auch eine wissenschaftlich saubere Lösung des Extension-Intension-Problems. So weist etwa Segeth auf folgendes hin: „Eine solche Aussage besagt nur, daß ein bestimmtes Individuum mit sich selbst identisch ist, und ist tatsächlich trivial. Anders ist es jedoch, wenn das Identitätszeichen zwei verschiedene Namen verbindet, die sich in ihrer Bedeutung unterscheiden, also verschiedene Individualbegriffe bedeuten, und trotzdem zur Bezeichnung ein und desselben Individuums dienen“ (1972, S. 200). Als Beispiel bringt er dann die Namen „B. Traven“ und „Ret Marut“, die einen und denselben Schriftsteller bezeichnen. Semiotisch gesehen wäre hier aber trotzdem keine Identität gegeben, da die beiden als Namen gebrauchten Zeichen nicht in ihrer Bedeutungsfunktion übereinstimmen. (Die von der Logik ebenfalls verwendeten Begriffe „Individuum"“und „Individualbegriff“ verschleiern also die semiotische Differenzierung zwischen Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion.)

2. Während Identität also eine 1-stellige Relation ist, ist die in der Logik als „Abschwächung“ der Identität behandelte Gleichheit eine 2-stellige Relation. Besitze ich zwei mal das gleiche Automobil, so sind die beiden Autos dennoch nicht identisch, sondern nur gleich, da es keine zwei Objekte oder Zeichen ge-

ben kann, die der Leibnizschen Definition genügen können. (Falls dies dennoch der Fall wäre, würde ich trotz zweier Autos nur eines besitzen.) Das bedeutet aber nicht, daß Gleichheit im Gegensatz zu Identität keine ontischen und semiotischen Probleme bedeutet. So heißt es bei Wittgenstein im „Tractatus" (1980)

4.241 Gebrauche ich zwei Zeichen in ein und derselben Bedeutung, so drücke ich dies aus, indem ich zwischen beide das Zeichen „=" setze.

„a = b" heißt also: das Zeichen „a" ist durch das Zeichen „b" ersetzbar.

Hier wird also Gleichheit über die „Bedeutung", semiotisch ausgedrückt also über die Bezeichnungsfunktion, definiert. Im Mittelbezug sind ja, wie man sofort sieht, die Zeichen a und b ungleich, d.h. würde man logisch so verfahren, wie dies logisch mit der Identität geschieht, wäre die „Bedeutung" von „a = b" eben „a ≠ b". Völlig zurecht schreibt also Windelband: „Gleichheit ist ein Verhältnis, worin Verschiedenes zueinander steht" (Windelband 1910, S. 8). Die beiden Autos aus unserem Beispiel sind also gleich, weil sie z.B. die gleiche Marke, Farbe, Größe usw. haben. Streng genommen liegt also keine Gleichheit der Bezeichnungsfunktion vor, sondern es wird durch „a = b" ausgesagt, daß das Objekt, das duch das Zeichen a bezeichnet wird und das Objekt, das durch das Zeichen b bezeichnet wird, eine nichtleere Schnittmenge ihrer Merkmalsmengen haben. (Daher auch die logische Vorstellung der Gleichheit als „Abschwächung" der Identität: Die Definition von Gleichheit verlangt eben keine völlige Übereinstimmung der Merkmale der Objekte.) „a = b" besagt also zweierlei:

1. $a \neq b$, da es sich ja um zwei ontisch verschiedene Objekte handelt.

2. $M(a) \cap M(b) \neq \emptyset$, d.h. die Schnittmengen der Merkmalsmengen sind nichtleer, i.a.W., die beiden Objekte a und b sind ncht vollständig verschieden.

Während also Identität Gleichheit der Schnittmengen der Merkmalsmengen zweier Objekte oder Zeichen verlangt, verlangt Gleichheit nur, daß die Schnittmengen der Merkmalsmengen zweier Objekte oder Zeichen nicht leer sind. Von hier aus ergibt sich sofort die Definition von Ungleichheit: Sie verlangt, daß diese Schnittmengen leer sind, d.h. die Gleichheit vermittelt logisch zwischen Identität und Ungleichheit. Diese beiden gehören damit mathematisch enger zusammen als Gleichheit und Ungleichheit.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Segeth, Woflgang, Elementare Logik. Berlin (DDR) 1972

Windelband, Wilhelm, Über Gleichheit und Identität. Heidelberg 1910

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. 15. Aufl. Frankfurt am Main 1980

12.6.2019